

プロセス等価と時相論理



国立情報学研究所

佐藤一郎

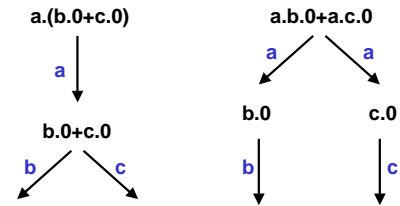
E-mail: ichiro@nii.ac.jp

Ichiro Satoh

▶ プロセス論理

論理学手法を利用したプロセスの使用記述と証明

例: $a.(b.0+c.0)$ $a.b.0+a.c.0$



Ichiro Satoh

▶ プロセス論理

構文:

$P ::= \text{true} \mid \text{false} \mid P \quad Q \mid \neg P \mid \langle a \rangle \mid [a]$

非形式的意味

true	真を表す
false	偽を表す
P Q	PかつQ
$\neg P$	Pの否定
$\langle a \rangle$	アクションaに関する可能様相演算子
[a]	アクションaに関する必然様相演算子

Ichiro Satoh

▶ プロセス論理

プロセス論理式によるプロセス表現

$a.(b.0+c.0) \mid - \langle a \rangle (\langle b \rangle \text{true} \quad \langle c \rangle \text{true})$
 $a.b.0+a.c.0 \mid - \langle a \rangle \langle b \rangle \text{true} \quad \langle a \rangle \langle c \rangle \text{true}$

Hoare論理の様相論理表現

Ichiro Satoh

▶ 様相論理

■ 可能性:	~は必然である	~は可能である
■ 時間:	いつでも~である	~であるときがある
■ 場所:	どこでも~である	あるところで~である
■ 確実性:	~でなければならない	~かもしれない
■ 信念:	~を知っている	~を信じている

P P

Ichiro Satoh

▶ 様相論理

- 様相論理
- 必然性と可能性の論理
- 時相論理
- 知識と信念の論理
- 義務論理
- ダイナミック論理
- 内包論理

Ichiro Satoh

▶ 論理体系

古典論理 (classical logic)

- 命題論理
- 1階述語論理 ... 導出原理, Prolog

非古典論理 (non-classical logic)

- 様相論理
- 高階論理
- 内包論理
- 多ソート論理
- 多値論理, fuzzy論理
- 非単調論理
- etc.

Ichiro Satoh

▶ 様相論理の応用

- 知識の表現と推論
- 自然言語理解, 自然言語処理
- プログラムの仕様記述・検証

Ichiro Satoh

▶ 様相論理式

命題変数 (propositional variable)
 P, Q, R, \dots

論理結合子 (logical connective)

- ¬ (否定, negation)
- (連言, conjunction)
- (選言, disjunction)
- (含意, implication)
- (同値, equivalence)

様相演算子 (modal operator)

- (必然, necessity)
- (可能, possibility)

Ichiro Satoh

▶ 様相論理式の非形式的意味

命題変数
 P, Q, R, \dots

, : 論理式

- ¬ ... 「でない」
- ... 「かつ」
- ... 「または」
- ... 「ならば」
- ... 「とは同値」
- ... 「は必然である」
- ... 「は可能である」

⇒
 ⇒

Ichiro Satoh

▶ 様相論理体系

次の公理と推論規則を含む公理系

公理

- (PC) 命題論理のすべての恒真式
- (K) () ()

K ... Kripke

Ichiro Satoh

▶ 様相論理体系

推論規則 (inference rule)

(MP)

(N)

MP ... modus ponens (分離規則)

N ... necessiation (必然化規則)

Ichiro Satoh

▶ 様相論理体系

公理

- (D):
- (T):
- (B): $\neg \quad \neg$
- (4):
- (5): $\neg \quad \neg$

体系

K, KD, KT, KB, K4, K5, KDB, KD4, KD5, KTB, KT4, KT5, KB4, K45, KD45

Ichiro Satoh

▶ 可能世界意味論

現在の場所・時刻とは別の場所・時刻における
の真理値を考慮する

場所・時刻 ... 可能世界 (possible world)
可能世界ごとに論理式を解釈

Ichiro Satoh

▶ 可能世界意味論

... どこでも である

場所2

場所3

場所1

現在の場所

場所n

Ichiro Satoh

▶ 可能世界意味論

... いつでも である

時刻1 時刻3 時刻n

現在の時刻

Ichiro Satoh

▶ Kripke 構造 (structure)

$M = W, R, V$

W

$w \in W \dots$ 可能世界 (possible world), 世界

$R \subseteq W^2$

W 上の到達関係 (accessibility relation)

Ichiro Satoh

▶ 復習: 代数的関係

集合 A と集合 B の直積 (direct product)

$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A, y \in B \}$

集合 A から集合 B への 2項関係

$R \subseteq A \times B$

要素 a から要素 b へ関係 R がある

$(a, b) \in R$

$a R b$

集合 A 上の 2項関係 $R \subseteq A \times A (= A^2)$

Ichiro Satoh

▶ Kripke 構造

$M = W, R, V$

W

$w \in W \dots$ 世界 (world)

$R \subseteq W^2$

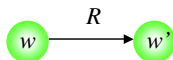
W 上の到達関係 (accessibility relation)

$w R w' \dots w'$ は w から到達可能

$V : P \times W \rightarrow \{T, F\}$

P : すべての命題変数からなる集合

真理値割当 (truth value assignment)



Ichiro Satoh

▶ Kripke 構造の解釈

$M = W, R, V$: Kripke 構造

論理式 ϕ は構造 M の世界 $w \in W$ において真

$(M, w \models \phi)$

命題変数 P に対して,

$M, w \models P$ iff $V(P, w) = T$

$M, w \models \neg \phi$ iff $M, w \not\models \phi$

$M, w \models \phi \wedge \psi$ iff $M, w \models \phi$ かつ $M, w \models \psi$

$M, w \models \phi \vee \psi$ iff $M, w \models \phi$ または $M, w \models \psi$

Ichiro Satoh

Kripke構造の解釈

$M = \langle W, R, V \rangle$: Kripke 構造
論理式 ϕ は構造 M の世界 $w \in W$ において真
($\models_{M, w} \phi$)

$\models_{M, w} \phi$
iff $\models_{M, w} \phi$ ならば $\models_{M, w} \phi$

$\models_{M, w} \phi$
iff $\models_{M, w} \phi$ と $\models_{M, w} \phi$ は必要十分

Ichiro Satoh

Kripke構造の解釈

$M = \langle W, R, V \rangle$: Kripke 構造
論理式 ϕ は構造 M の世界 $w \in W$ において真
($\models_{M, w} \phi$)

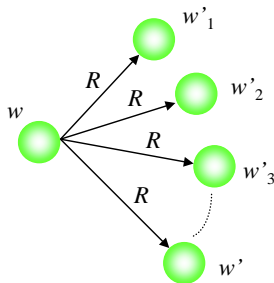
$\models_{M, w} \phi$
iff wRw' を満たすすべての w' に対して,
 $\models_{M, w'} \phi$

w から到達可能なすべての w' に対して, $\models_{M, w'} \phi$

Ichiro Satoh

Kripke構造の解釈

$\models_{M, w} \phi$
iff wRw' を満たすすべての w' に対して,
 $\models_{M, w'} \phi$



Ichiro Satoh

Kripke構造の解釈

$M = \langle W, R, V \rangle$: Kripke 構造
論理式 ϕ は構造 M の世界 $w \in W$ において真
($\models_{M, w} \phi$)

$\models_{M, w} \phi$
iff wRw' を満たすすべての w' に対して,
 $\models_{M, w'} \phi$

w から到達可能なある w' に対して, $\models_{M, w'} \phi$

Ichiro Satoh

▶ Kripke構造の解釈

\models_M, w
 iff wRw' を満たすある w' に対して,
 \models_M, w'

The diagram shows a world w (represented by a green circle) with two outgoing transitions labeled R to two other worlds w' (represented by green circles).

Ichiro Satoh

▶ 分岐時相論理の構文

時相論理(CTL:Computation Tree Logic)
 CTL式
 原子命題
 通常の演算子 : \wedge, \vee, \neg (not),
 時相演算子 : EX, EF, EG, EU,
 AX, AF, AG, AU

Ichiro Satoh

▶ 分岐時相論理

CTL式の真偽値
 状態グラフ (state graph) 上の状態とそこから始まるパスを考える

The diagram shows a state graph with states $S1, S2, S3, S4$. $S1$ transitions to $S2$. $S2$ transitions to $S3$ and $S4$. $S3$ and $S4$ have self-loops. Below the graph is a computation tree starting from $S2$, showing the branching nature of the model.

Ichiro Satoh

▶ 分岐時相論理の解釈

CTL式の真偽値
 CTL式 φ が状態 s で成立する (s で真): $s \models \varphi$
 原子命題 p, q : その状態だけで真偽値が決まる

The diagram shows a state graph with states $S1, S2, S3, S4$. $S1$ transitions to $S2$ labeled q . $S2$ transitions to $S3$ labeled p, q . $S3$ transitions to $S4$ labeled p . $S3$ and $S4$ have self-loops.

Ichiro Satoh

分岐時相論理の解釈

CTL式の実偽値 $s \models EX \varphi \Leftrightarrow s$ のある次の状態 s' で

$s' \models \varphi$

Ichiro Satoh

分岐時相論理の解釈

CTL式の実偽値 $s \models EF \varphi \Leftrightarrow s$ から始まるあるパス中に $s' \models \varphi$ なる s' が存在

$s \models \varphi$ なら $s \models EF \varphi$

Ichiro Satoh

分岐時相論理の解釈

CTL式の実偽値 $s \models EG \varphi$ から始まるあるパス中では、そのパス中のすべての状態 s において $s \models \varphi$

$s \models EG \varphi$

$s \models \varphi$
 $s_1 \models \varphi$
 $s_2 \models \varphi$
 \dots
 $s_n \models \varphi$

Ichiro Satoh

分岐時相論理の解釈

CTL式の実偽値 $s \models E(fUg)$ から始まるあるパス中では、 g が成り立つまで f が成り立ちつづける

$s \models E(fUg)$

$s \models f$
 $s_1 \models f$
 $s_2 \models f$
 \dots
 $s_n \models g$

$s \models g$ なら $s \models E(fUg)$

Ichiro Satoh

分岐時相論理の解釈

CTL式の真偽値

$s \models AX\varphi$ のすべての次の状態 s' で $s' \models \varphi$

