

VDM、SPINから始める 形式手法入門 第1回：形式手法概論

国立情報学研究所 石川 冬樹

f-ishikawa@nii.ac.jp

2011年8月8日



自己紹介

■ 石川 冬樹：国立情報学研究所助教

<http://research.nii.ac.jp/~f-ishikawa/>

■ 形式手法の産業界向け教育・普及 (主にVDMや形式仕様記述を担当)

■ トップエスイー(講義, 3~6ヶ月の個別活動)

■ 日科技連SQiP(通年取り組みの演習・研究)

■ 「形式手法実践ポータル」Webサイト

<http://formal.mri.co.jp/>

おまけ：Webサービス・クラウドも(電子情報通信学会サービスコンピューティング研究会副委員長)



セミナー日程

8/8(月)	形式手法概論	そもそも「形式手法」とは何かを知り、基本的な考え方を学ぶ
8/9(火)	VDM++入門	代表的な手法・ツールを実際に触ってみて、形式手法に共通する原則・基本的な考え方を学ぶ。また、記述や検証に関する異なるアプローチに応じた効果や、その有効範囲について考えてみる
8/10(水)	SPIN入門	
8/11(木)	形式手法ツール概論	学んだ手法・ツールとの比較を通して他の代表的な手法・ツールにおける異なるアプローチを紹介、俯瞰する
8/12(金)	応用事例紹介	近年盛んに発表されている、応用事例集や導入ガイダンスなどについて解説する



本日の内容

- 形式手法（フォーマルメソッド）の概要紹介
 - 簡単な例題を通し，何を目指してどういうアプローチをとるのか（何ではないのか）を理解する
 - 「問題解決のための共通する考え方」
 - 「状況に応じた選択肢・トレードオフ」
 - 「適用の難しさ」
 - 特定の手法・ツールには踏み込まない
 - 例題は概念的に紹介
 - 記述例・動作例は，イメージを伝える程度に紹介



目次

- 形式手法(フォーマルメソッド)とは
- 形式手法における様々なアプローチ
- 「数理論理学」?
- まとめ



形式手法(フォーマルメソッド)とは

数理論理学等に基づき品質の高いソフトウェアを効率よく開発するための科学的・系統的アプローチ

システムの注目する側面を正確に、曖昧さのない言語で表現する

→ 曖昧さや思い込みを開発プロセスの早期に排除し、手戻りによるコストを防ぐ

→ システムの満たす性質について科学的・系統的な分析・検証を行い、品質を高める

取り組む問題(1): 曖昧さ

記述においてその意味が一意に定まらない

- 記法(日本語, 図等) 自体で一意に決まっていない
- 一意に定め用いる運用を徹底していない・できない

「フラグ1がONになるまではフラグ2はOFFである」



フラグ1がONになった後に限り
必要に応じてフラグ2をONにして

フラグ1がONとなるとき
同時にフラグ2をONか！

「学生は各学期開始時に各講義の履修・非履修を選択する」

「各講義の開始時間と終了時間にはチャイムを鳴らす」

「各講義終了時に担当講師の口座への謝金振込処理を起動する」



えーと振り込みタイミングは・・・？



余談：日本語は簡単？

- 「特別な言語」を使うより日本語は「楽」？
 - もちろん皆がぱっと理解するために必須！

- が、前例のような事態を一般に防ごうとすると、どれだけの注意事項・チェック事項が出てくる？
 - 「レビュー担当はそれらをすべて検証できる人？
 - 「開発のための正しい日本語」は、「社会人」「エンジニア」なら身につけているから指針や訓練は不要 or 簡単？

取り組む問題(2): 誤り

「正しくない」振る舞いを定めてしまう

- 「何が正しくて何が正しくないか」という基準を明確に洗い出し, 明記, 共有していない
- その基準を満たしているかどうかを, (ある程度)信頼できる方法で分析, 検証していない



複数スレッドの切り替わりが特定のタイミング・順序で起きると, デッドロックしてしまう



様々な種類の予約操作において, 一部だけダブルブッキング防止のチェックが抜けている

形式手法の思想

厳密な文法・意味論,
理論的裏付けを持つ言語を用い

- 仕様や設計を「きちんと」書こうとする過程により
 - 曖昧さを解消することになる
 - 不正確さ, 不整合も表面化する
 - システムに対する理解が深まる
- 仕様や設計を「きちんと」書いた結果により
 - 誤解なく情報を共有できる
 - 科学的・系統的な分析・検証ができる
 - 分析・検証をツールに支援させることができる

分析・検証内容は様々

(特に「作ってしまう」前に)
各成果物の質を保証し, 引き継いでいく



形式手法のポイント(プログラムとの対比)

■ プログラムを書くと

厳密な文法・意味論や
記述制約等を持つ言語を用い

- 対象が厳密，明確に，
ある基準を満たすよう「一通り」書き出される
- 型チェック，テスト等分析・検証を行える

分析・検証内容は様々

➡ 上流の中間成果物(仕様・設計)でも！

プログラムのように「全てを動かす」ことが目的ではないので，記述，分析・検証の目的に応じ

- システム内で扱う対象(範囲・観点)を絞る
- 用いる言語，手法・ツールを選ぶ



言葉：「モデル化」・「抽象化」・「捨象」

「モデル」：計算や予測を助けるために用いられる，システムやプロセスの単純化された記述

(Oxford英英辞典の石川訳)

- 注目する側面に特化し，抽象化・単純化
(形式手法の場合は厳密化も)

不要な実現詳細を捨象

ツールが効率的に，系統的に検査を行える

人間も重要な(難しい)本質に集中して
問題の明確化，分析を行える



言葉：「正当性」・「妥当性」

V&V

検証 (Verification) & 妥当性確認 (Validation)

- 検証：「成果物を正しく作っている？」

その成果物が満たすべき性質(基準)を満たす？

ユニットテスト・統合テスト
形式手法における「証明」や「検査」

- 妥当性確認：「妥当な成果物を作っている？」

自身や顧客の本来の要求に合致している？

レビュー, 受け入れテスト, プロトタイピング
(形式手法でも一部支援)



言葉：「数理論理学」

「数理論理学」：論理的にものごとの性質を表現、分析するための数学的基盤

- 記述言語・ツールの提供側における拠り所
(表現能力, 効率よく正しさを保証する検証能力)
- 記述・検証を行う側にとっての基礎理解
 - 書き方が異なるが同じ意味を持つ記述の把握
 - ツール機能(オプション設定など)の理解



これらの言葉を併せると

- 「システムが何をするか」(What)を抽象的, しかし厳密なモデルとして記述
 - 「どのように」(How)の詳細(上流の過程で決めたくない・決められないこと)は捨象
- 「正しさ(正当性)」の基準を厳密に定義し, それに照らし合わせて検証を行う
- これら記述・検証において理論的裏付けがある

*「何をどう書いて何をどう検証するか」は,
利用目的(採用する手法・ツール)により様々*



形式手法への期待・その必要性の高まり

- ソフトウェアシステム開発への要求の高まり
 - 成果物の質・信頼性
 - 開発手法・プロセスの系統化・効率化
- 評価・認証
 - (例) ISO/IEC 15408 (Common Criteria) : セキュリティの高レベルな保証の要件として, 設計の形式検証が含まれている
- 多数の指針
 - セミナー, 導入ガイダンス, 事例集, FAQ, ...



目次

- 形式手法(フォーマルメソッド)とは
- 形式手法における様々なアプローチ
 - 例: 形式仕様記述(VDM)
 - 例: モデル検査(SPIN)
 - 一般論
- 「数理論理学」?
- まとめ



VDM

- VDM (Vienna Development Method)
 - 1970年代にIBMウィーン研究所にて開発
 - 最近是国内でのツールサポート(CSK), 適用事例(Felica)が有名
 - 「モデル規範型形式仕様記述」と分類される
 - 変数, 操作に基づいたモデル化と分析・検証
 - 特徴: (今の)一般の開発者にとって身近・手軽
 - プログラミング言語に近い記法
 - インタプリタによる実行・テストを主とした検証



典型的な例題：設定

■ イベント登録管理システム

■ ユーザ，部屋，イベントの情報を管理

■ 「部屋Aの定員は30名である」

■ 「イベントpは部屋Aで3/11の10～17時に行われる」

■ 予約やそのキャンセルの受付

■ 「ユーザ1が，イベントpに対して3名予約登録」

➡ 「座席番号A-35～A-37，予約番号は20100035A」

■ 「20100035Aの予約をキャンセル」

■ 「イベントqに対し，ユーザ1～9999から5名を抽選で
選び予約登録」



典型的な例題：「正しさ」の基準

■ システムの状態に関する条件

不変条件

- 例：同じ時間に行われる複数イベントに対し、同じユーザが予約を行っていることはない

■ 操作に期待される効果を得るための前提条件

- 例：キャンセル操作は、開催日が次の日以降のイベントに対してのみ実行可能である

■ 操作に期待される効果を定める条件

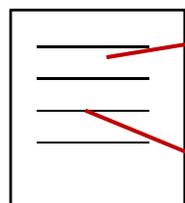
- 例：抽選操作の実行結果においては、実行前に対象イベントに対し予約を行っていなかったユーザが選択されている

関数・操作の
事前条件、
事後条件

解決しようとする問題

■ 定義の曖昧さ, 不正確さ, 不整合 (誤解の原因)

例: 「イベント」という言葉が, 記述箇所により異なる概念を指すのに使われてしまっている



- ・ 「ユーザはイベントに参加登録する」
(「VDMセミナー(8/8からの5日間)」といったひとくくり)
- ・ 「各イベントには撮影者, 補助者を割り当てる」
(実は「VDMセミナー1日目1コマ目」といった各時間帯)

■ 誤り(「正しさ」の実現に関する抜け・漏れ)



例: 複数種類の予約操作のうち一部において, ダブルブッキングチェックに関する記述が抜けている

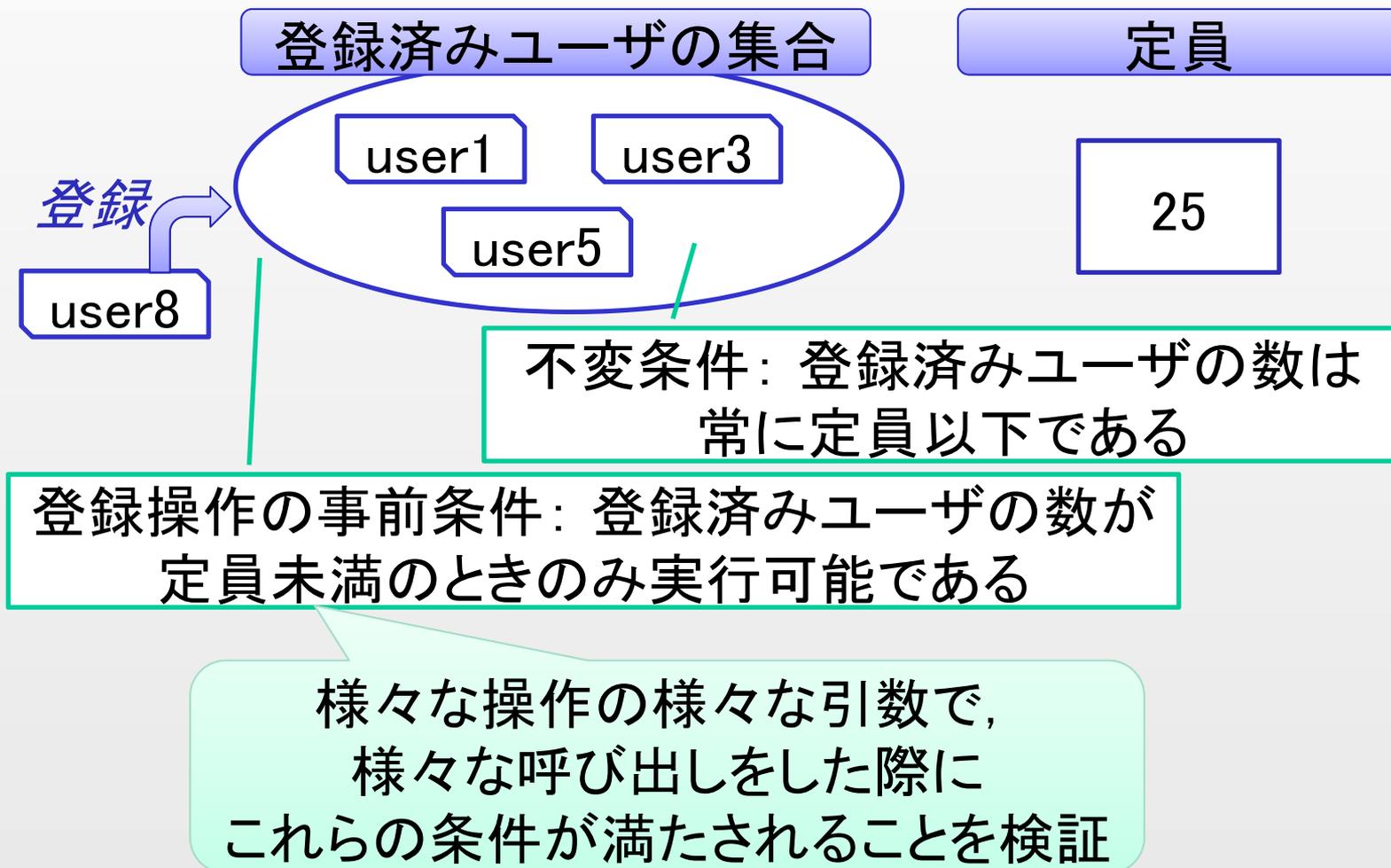


抽象モデル化

- システムがどういう情報を保持し、個々の操作（関数・メソッド）において何をするかを記述
 - 保持される情報と、それらの間の関係（多重度や一意性など）を明記する
 - それらが計算機上でどう実現されるか（配列、ポインタ、ハッシュなど）は基本的に捨象する
 - 個々の操作が何をするか（実行結果として何が起きるか）を記述する
 - 詳細な手順・アルゴリズムは基本的に捨象する
- ➡ プログラムにつながる情報を明確化、分析・検証



抽象モデル化





VDM++ 言語による記述イメージ

```
class EventManager
```

```
types
```

型定義

```
public UserID = token;
```

```
instance variables
```

変数定義

```
private registered : set of UserID;
```

```
private capacity : nat;
```

```
inv card registered <= capacity;
```

不変条件

```
operations
```

操作定義

```
public register : UserID ==> ()
```

```
register(user) ==
```

```
  registered := registered union {user}
```

```
pre
```

```
card registered < capacity
```

```
and user not in set registered;
```

本体 + 事前条件

```
public choose :
```

```
  set of UserID ==> UserID
```

```
choose(users) == is not yet specified
```

```
pre
```

```
card registered < capacity
```

```
and
```

```
exists user in set users
```

```
& user not in set registered
```

```
post
```

```
registered =
```

```
  registered~ union {RESULT}
```

```
and RESULT in set users
```

```
and RESULT not in set registered~;
```

```
end EventManager
```

本体なし, 事前 + 事後条件

VDM++ Toolboxによる分析・検証イメージ

The screenshot displays the VDM++ Toolbox Academic environment. It includes a menu bar (File, Edit, View, Action, Run, Help), a toolbar, and several panels:

- マネージャー (Manager):** Shows project and class information.
- ソースウインドウ (Source Window):** Displays the source code for `EventManagerTest.vpp`. Key lines include:


```

            9: instance variables -- インスタンス変数定義ブロック
            11: private registered : set of UserID := {}; -- 参加登録者の集合
            12: private capacity : nat; -- イベントの最大定員
            13: inv card registered <= capacity;
            16: operations -- 操作定義ブロック
            18: -- コンストラクタ
            19: public EventManager : nat ==> EventManager
            20: EventManager(cap) == (
            21:   capacity := cap
            22: );
            24: -- 指定されたユーザをイベントに対し参加登録する
            25: public register : UserID ==> ()
            26: register(user) ==
            27:   registered := registered union {user}
            28: pre card registered < capacity
            29: and
            30:   user not in set registered;
            31:
            32: -- 指定されたユーザの集合から、まだ参加登録していない
            33: -- 1人のユーザを選択し、イベントに対し参加登録する
            
```
- 実行ウインドウ (Execution Window):** Shows the execution log:


```

            >> print new EventManagerTest.test1()
            >> classes
            The following classes are defined:
            S T --- EventManager
            S T --- EventManagerTest
            >> print new EventManagerTest().test1()
            (no return value)
            >> print new EventManagerTest().test1()
            Z:\f-ishikawa\Documents\current\GRACE+TopSE\FM\lectures\SEintro-FM-5\EventManager.vpp, l. 29, c. 7:
            Run-Time Error 58: 事前条件の評価結果がfalseです
            >> tcov write vdm.tc
            >> rtinfo vdm.tc
            0% 0 EventManager`drawLots
            100% 8 EventManager`register
            100% 2 EventManager`EventManager
            0% 0 EventManager`drawLotsImpl
            100% 2 EventManagerTest`test1
            0% 0 EventManagerTest`test2
            0% 0 EventManagerTest`test3
            0% 0 EventManagerTest`test4
            Total Coverage: 25%
            >>
            
```
- エラー一覧 (Error List):** Shows the error message:


```

            (1): Line 1, Column 21
            (1): Z:\f-ishikawa\Documents\current\GRACE+TopSE\FM\lectures\SEintro-FM-5\Even
            Z:\f-ishikawa\Documents\current\GRACE+TopSE\FM\lectures\SEintro-FM-5\EventManager.vpp, l. 29, c. 7:
            Run-Time Error 58: 事前条件の評価結果がfalseです
            
```

インタプリタから
テストメソッド呼び出し

カバレッジ出力

事前条件
チェックエラー



目次

- 形式手法(フォーマルメソッド)とは
- 形式手法における様々なアプローチ
 - 例: 形式仕様記述(VDM)
 - 例: モデル検査(SPIN)
 - 一般論
- 「数理論理学」?
- まとめ



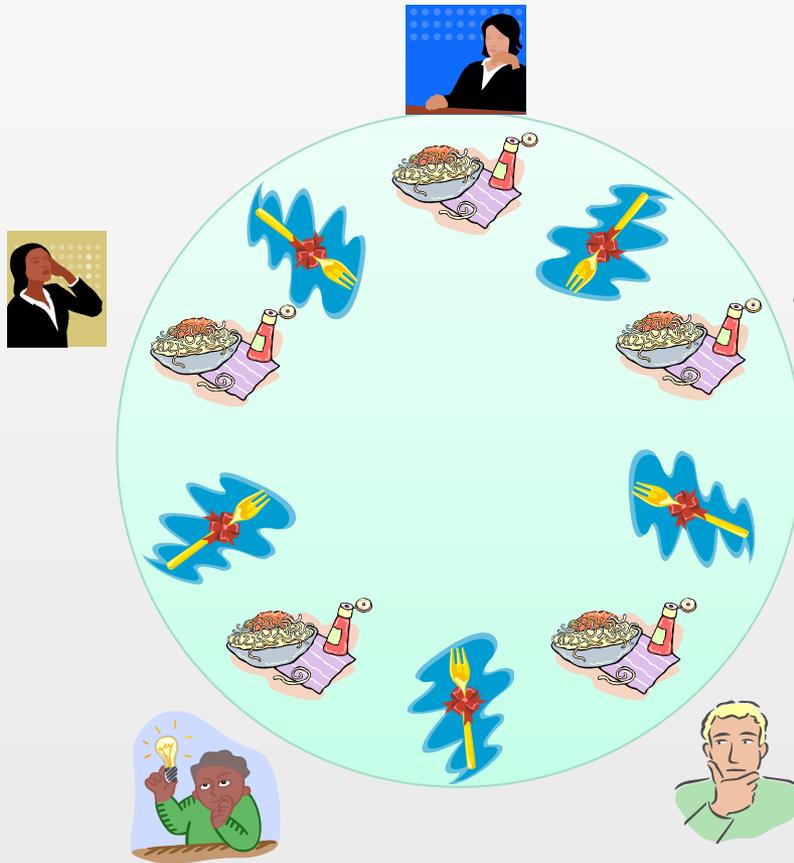
SPIN

■ SPIN

- 1980年前後に開発され，改良されてきたツール
- IEEEの標準プロトコルにおけるバグ発見など多数の事例
- 「モデル検査」における最も代表的なツール
 - (並行プロセスによる)複雑な状態遷移を網羅的に検証

典型的な例題：設定

有名な例：食事する哲学者



左右どちらかのフォークをとった後、もう片方を取り、食事をしてフォークを戻す（会話はしない）

うまく行動を定めないと、特定の振る舞いの順序でデッドロックやライブロック

例：全員が左のフォークを持ち右が空くのを待ち続ける



典型的な例題：「正しさ」の基準

■ デッドロックフリー

- 誰も何もできなくなる状況に到達しない

■ 進行性

- 食べる以外の行動(様子見・断念してフォークを置く等)を全員が繰り返すだけの状況に陥らない

■ 公平性

- ある哲学者が(ある定義で)「ずっと」食べることができないような状況に陥らない



解決しようとする問題

- **特定の実行の分岐・順序で発生する誤りを把握**
 - 並列・分散システムにおける相互作用
 - 複数スレッドが異なる資源のロックを確保して、互いに待ち合ってデッドロックする
 - 複数ノードがほぼ同時に互いに対しメッセージを送り、返事を待ち合ってデッドロックする
- (実装ではそもそも意図的に再現できない)
- 複雑な条件分岐
 - 多数の行動・フラグの管理において、想定外の操作により予期しない状況に到達してしまう



抽象モデル化

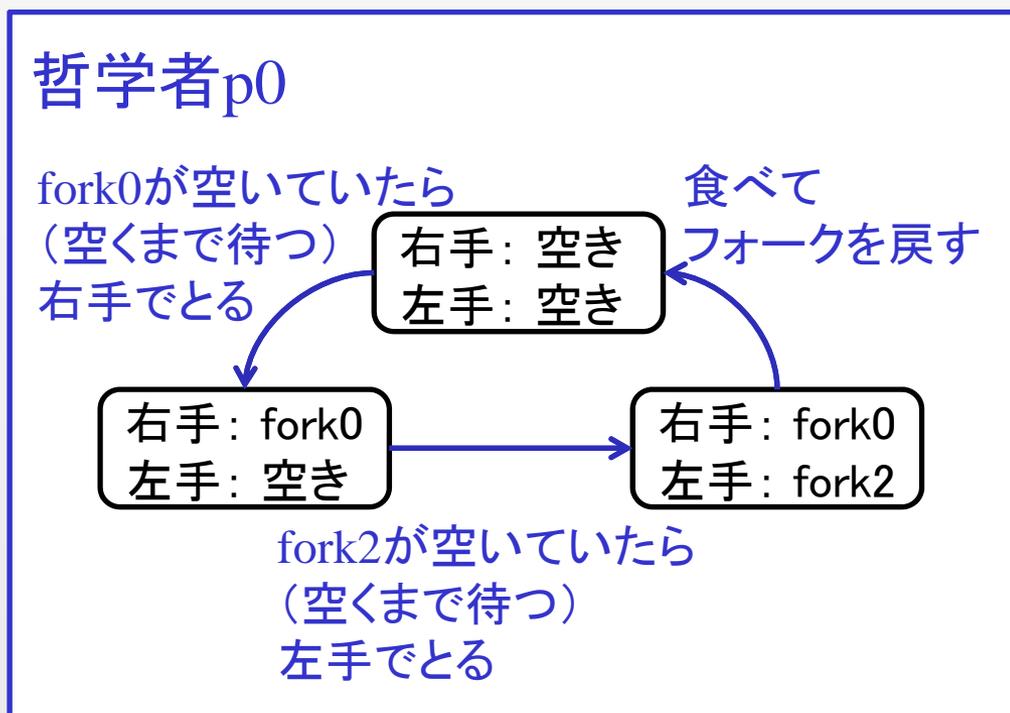
■ 何が起きうるかを記述

- 環境に対する仮定と振る舞い設計において、各状態で起きうること・起きえないことを区別する
- 起きる順番・条件分岐だけ区別すればよい
 - 検証内容に応じ、区別する必要がないことも
(例：パスタソースが途中で変わっても、デッドロックの有無には関係ない)
- 対象とする問題上、ガード条件(成り立つまで待つ)やプロセス間通信を簡潔に記述できるとよい

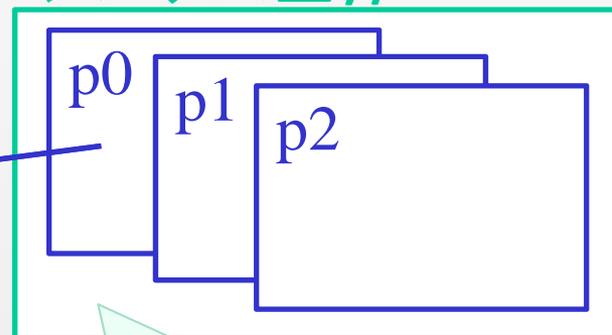
➡ 網羅的に起きうる状態変化を探索・検査

抽象モデル化

- 「右手側からフォークをとる(とったら戻さない)」
ルール・3人版



システム全体



「現在の状況において
起きうることを1つ選ぶ」
ことを繰り返した際に
起きうるすべての
可能性を調べる



SPIN(Promela言語)による記述イメージ

```
mtype = {p0, p1, p2, none};
mtype fork[3] = none;
```

列挙型

```
active proctype P0(){
```

プロセスP0の定義

```
do
```

```
:: atomic{fork[0] == none -> fork[0] = p0};
   atomic{fork[2] == none -> fork[2] = p0};
```

フォークが空いている
ならば確保
(間で割り込まれず
原子的に)

```
skip;
```

```
fork[2] = none;
```

「食べる」ことは捨象

```
fork[0] = none;
```

```
od
```

```
}
```

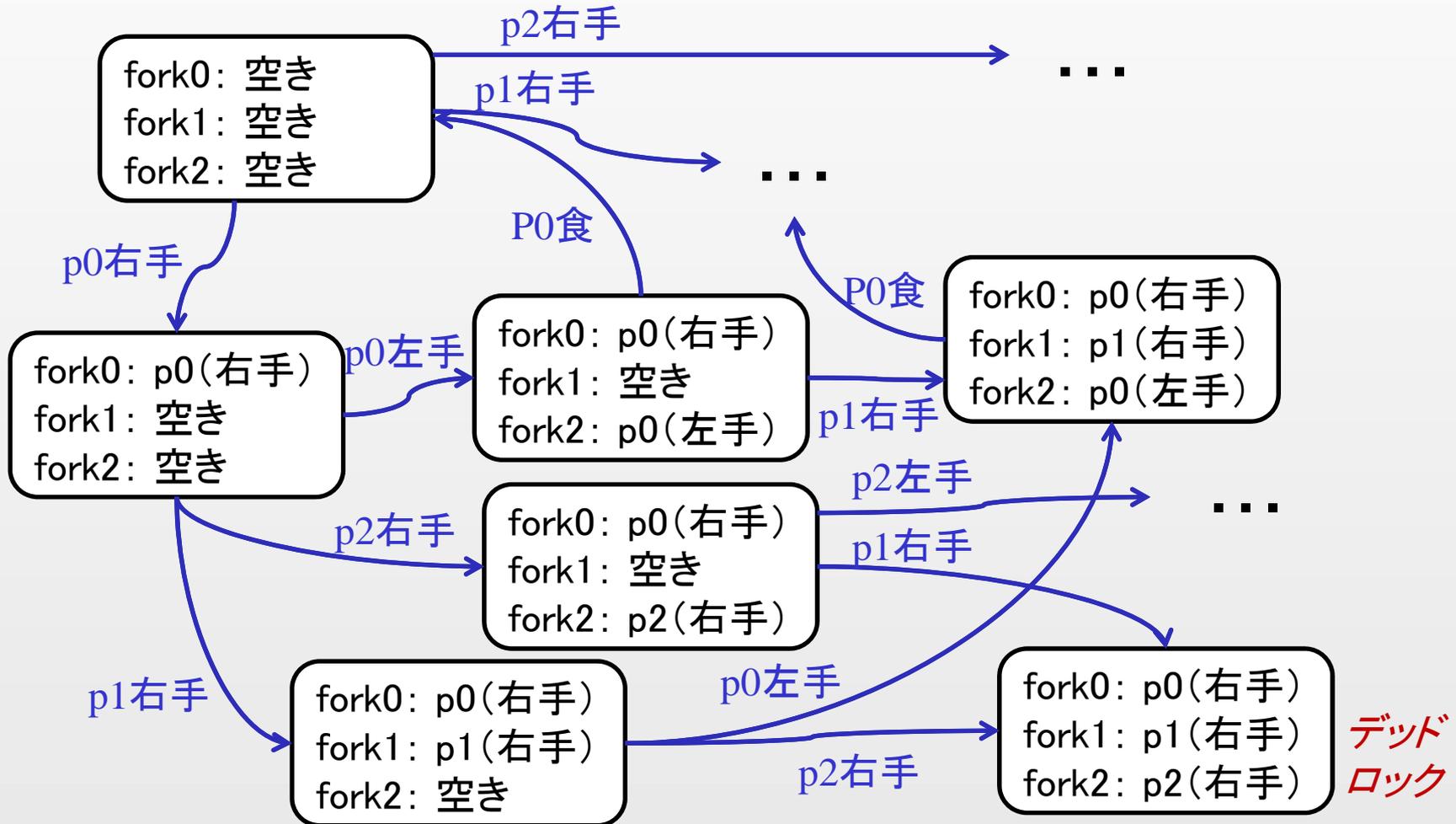
```
...
```

do-odには起きうることの
選択肢を書く(今回は1つ)

```
[] (fork[0]==p0 -> <> fork[2]==p0)
```

検証対象の性質例: p0が右手側のフォークをとったときには「いつも」、その後「いつか」p0が左手側のフォークをとる

実際の状態遷移(分析・検証対象)



SPINによる検証イメージ

デッドロックや性質が満たされない状況があれば、そのような状況に至る最短のパスを報告

先のような状態遷移を網羅的に探索

The screenshot displays the SPIN CONTROL 5.2.3 interface with the following components:

- Verification Output:**
 - pan: invalid end state (at depth 17)
 - pan: wrote pan_in.trail
 - pan: reducing search depth to 18
 - pan: wrote pan_in.trail
 - pan: reducing search depth to 13
 - pan: wrote pan_in.trail
 - pan: reducing search depth to 8
 - pan: wrote pan_in.trail
 - pan: reducing search depth to 3
- Simulation Output:**
 - preparing trail, please wait...done
 - Starting P0 with pid 0
 - Starting P1 with pid 1
 - Starting P2 with pid 2
 - 1: proc 2 (P2) line 22 "pan_in" (state 1) [fork[2]=none] <
 - 1: proc 2 (P2) line 22 "pan_in" (state 2) [fork[2] = p2]
 - 2: proc 1 (P1) line 14 "pan_in" (state 1) [fork[1]=none] <
 - 2: proc 1 (P1) line 14 "pan_in" (state 2) [fork[1] = p1]
 - 3: proc 0 (P0) line 6 "pan_in" (state 1) [fork[0]=none] <
 - 3: proc 0 (P0) line 6 "pan_in" (state 2) [fork[0] = p0]
 - spin: trail ends after 3 steps
 - #processes: 3
 - 3: proc 2 (P2) line 23 "pan_in" (state 6)
 - 3: proc 1 (P1) line 15 "pan_in" (state 6)
 - 3: proc 0 (P0) line 7 "pan_in" (state 6)
 - 3 processes created
- Sequence Chart:**
 - Visualizes the execution flow of processes P0, P1, and P2.
 - Shows states like P0: 0, P1: 1, and P2: 2.
- Data Values:**
 - fork[0] = p0
 - fork[1] = p1
 - fork[2] = p2

通信がある場合それも図示



目次

- 形式手法(フォーマルメソッド)とは
- 形式手法における様々なアプローチ
 - 例: 形式仕様記述(VDM)
 - 例: モデル検査(SPIN)
 - 一般論
- 「数理論理学」?
- まとめ



モデル化・記述言語

- 大まかなグループ分け
 - プログラム同様の構造(変数・操作)
 - モデル規範型形式仕様記述手法における言語
(VDM, B, Z, Alloyなど)
 - (特に並行プロセスの)状態遷移(や通信)
 - モデル検査ツールにおける言語
(SPIN, LTSA, SMV, UPPAALなど)
 - プロセス代数
(CSPなど)

注: 名称は手法名, 言語名, ツール名ごちゃ混ぜ



検証

■ 客観的に性質が成り立つことを示すには・・・

■ 「観測」によって示す（帰納）

様々な実行列における結果を確認する

■ インタプリタを用いたテスト, シミュレーション

■ 限られた範囲での網羅的実行（有界モデル検査）

■ 網羅的実行（モデル検査）

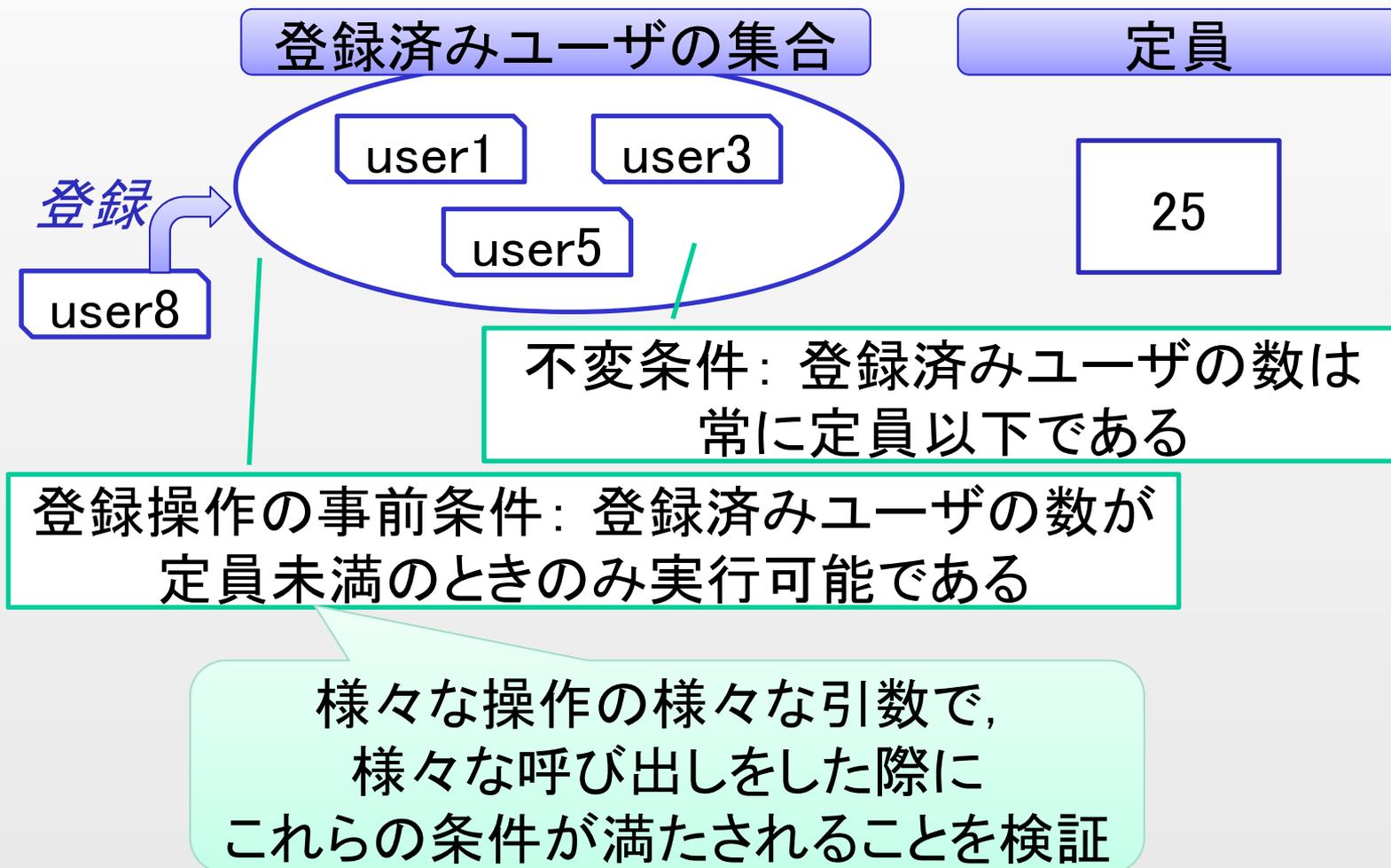
■ 「法則」によって示す（演繹）

何が起きて何が保証できるかを, 一般論として理屈で推論, 説明する

■ 定理証明



VDMでの例(再掲)



例：「観測」による検証

■ 不変条件の観点からの操作の正しさ

- 「正しい」状態で「正しく」予約操作を呼び出したときに、「正しくない」状態になることは決してない

状態：登録済みユーザ集合，定員

不変条件：

登録済みのユーザ数 \leq 定員

予約操作（引数：ユーザ）

事前条件：

なし 定員制約付け忘れ

事後条件（or 操作本体定義）：

引数ユーザが登録済みになる

「ユーザ10人が
計20回操作実行」
の全パターン検査

具体的な
テスト
設定



or



定員を越える予約操作
が発生するケース



解釈実行中に
不変条件違反検出



例：「規則」による検証

■ 不変条件の観点からの操作の正しさ

- 「正しい」状態で「正しく」予約操作を呼び出したときに、「正しくない」状態になることは決してない

仮定(実行前)

登録済みのユーザ数(実行前) \leq 定員 ... 不変条件

登録済みのユーザ数(実行前) $<$ 定員 ... 事前条件

仮定(実行の意味)

登録済みのユーザ数(実行前) + 1

= 登録済みのユーザ数(実行後)

証明したい結論(実行後)

登録済みのユーザ数(実行後) \leq 定員 ... 不変条件



補足：中学数学風に書き直し

■ 不変条件の観点からの操作の正しさ

- 「正しい」状態で「正しく」予約操作を呼び出したときに、「正しくない」状態になることはない

自然数 x , c について下記が成り立つとき,

$$x \leq c \cdots \textcircled{1}$$

$$x < c \cdots \textcircled{2}$$

$$x + 1 = x' \cdots \textcircled{3}$$

$x' \leq c$ であることを証明せよ

x , c が自然数であるから②より $x + 1 \leq c$

よって③より $x' \leq c$



本セミナーでの分類(ある程度一般的?)

- 形式仕様記述のための手法・ツール
(VDM, B, Z, Alloy)
 - 記述: プログラム同様の構造(変数・操作)
 - 検証: 多様(テスト, 証明, 有界モデル検査)
- モデル検査のための手法・ツール
(SPIN, LTSA, SMV, UPPAAL, CSP/FDR)
 - 記述: (特に並行プロセスの)状態遷移(や通信)
 - 検証: モデル検査



補足：実装における活用

- プログラムにおいて不変条件，事前・事後条件を明確化し検証
 - 例：JML (Java Modeling Language)
 - JMLUnitによるテスト，ESC/Javaによる証明
- プログラムにおいてモデル検査
 - 例：Java Pathfinder

抽象モデルよりも詳細になる

- ポインタ，非null条件，配列インデックス，・・・
- 状態爆発等，ツールの構築がより難しい



目次

- 形式手法(フォーマルメソッド)とは
- 形式手法における様々なアプローチ
- 「数理論理学」?
- まとめ



数理論理学

■ 形式手法の基礎理論

■ 勉強・理解しておくこと・・・

- 様々な言語で用いられている記法が理解できる
- 「異なる書き方だが同じ意味」といった定理などに基づいて、簡潔に書いたり、人の記述を読んだりすることができる
- ツールの内部で何が起きているかをある程度知り、結果の意味や限界を判断することができる
- (定理証明のような高度な検証を使うことができる)
- (自前の専用ツールを作ることができる)



命題

■ 命題：真偽が一意に判定できる記述

■ 真 (true, T, 真) ・ 偽 (false, F, 偽)

■ 例

■ 9は3の倍数である(真)

■ 15は4で割り切れる(偽)

■ 4で割り切れる自然数はすべて偶数である(真)

■ メソッドm1を実行して戻り値が得られるならば、その値は引数aの値を2倍にした値である
(m1の記述が与えられれば真偽が判定できる)

システムの満たすべき性質等を、明確に定義し、その真偽を判定(真となるのか検査)したい



複合命題

- 既存の命題から新しい命題を作る
 - 『「9は3の倍数である」かつ「12は3の倍数である」』（両方とも成り立つか？ → 真）
 - 『「6は3の倍数である」または「8は3の倍数である」』（少なくとも片方成り立つか？ → 真）
 - 『「7は3の倍数である」は成り立たない』（真）
 - 『「xが4の倍数である」ならば「xは偶数である」』（前者が真のとき必ず後者が真となるか → 真）
 - 注：『「7が4の倍数である」ならば「7は偶数である」』（これは真と解釈すると決まっている）



命題論理の記号

演算	名称	読み方	真となる条件
$\neg A$	否定	Aでない	Aが偽
$A \wedge B$	論理積	AかつB	AとBがともに真
$A \vee B$	論理和	AまたはB	AとBの少なくとも片方が真
$A \Rightarrow B$	含意	AならばB	AとBがともに真であるか, Aが偽
$A \Leftrightarrow B$	同値	AとBは同値	AとBの真偽が一致

明確に一つに定まった記号を用いて, 既存の命題から新たな命題を構成できる



論理演算の法則

- 例：命題A, Bについて下記2つの命題を考える

$$\neg(A \wedge B) \qquad \neg A \vee \neg B$$

- AがTでBがTのとき,

- $A \wedge B$ がTなので, $\neg(A \wedge B)$ は \perp

- $\neg A$ が \perp , $\neg B$ が \perp なので, $\neg A \vee \neg B$ は \perp

- AがTでBが \perp のとき(中略)ともにT

- Aが \perp でBがTのとき(中略)ともにT

- Aが \perp でBが \perp のとき(中略)ともにT

A, Bがどんな命題でもこれら命題の真偽は一致

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B \quad \text{と書く}$$



論理演算の法則(の一部)

■ $A \wedge B \equiv B \wedge A$ $A \vee B \equiv B \vee A$ 交換法則

■ $A \vee (A \wedge B) \equiv A$

$A \wedge (A \vee B) \equiv A$

吸収法則

■ $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$

$A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$

結合法則

■ $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

分配法則

■ $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

ド・モルガンの
法則

見た目が違う命題の意味(真偽)が同じと判定したり意味を保って命題の形を変えたりしたい



論理演算の法則(の一部)

■ $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

(「ならば」の意味)

■ $A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$

(対偶と元の命題との真偽は一致する)

なお,

■ $A \Rightarrow B$ の逆は $B \Rightarrow A$

■ $A \Rightarrow B$ の裏は $\neg A \Rightarrow \neg B$

■ $A \Rightarrow B$ の対偶は $\neg B \Rightarrow \neg A$

(元の命題とその逆やその裏の真偽は一致するとは限らない, 逆の対偶は裏)



補足：実際の分析にて

- 例：とあるシステムのフラグ $f1$, $f2$ に関し満たすべき性質を明確に書き出す

どんな状況でメソッド $m1$ を実行しても, その実行が完了した時点で $f1=1 \Rightarrow f2=0$ が成り立つ

- 以下の記述も同じ意味であることがわかる

どんな状況でメソッド $m1$ を実行しても, その実行が完了した時点で $\neg(f1=1) \vee (f2=0)$ が成り立つ

- この性質は, $m1$ の実行完了時点で $f1=1$ ではないときについては何も言及していない

- $f1=1$ にする処理が抜けていてもこの性質は真



補足：集合論(のイメージ)

■ 集合論：要素(データ)の集まりについて述べるための論理

- 「予約記録の集合recordsの中から、予約対象がevent1に関するものを集め、その予約を行っているユーザを集めた集合」

$$\{ r.user \mid r \in records \wedge r.event = event1 \}$$

- 上記集合をSとしたとき、このユーザの中でゴールド会員集合Gにも含まれているユーザ

$$S \cap G$$



補足：一階述語論理(のイメージ)

■ 一階述語論理：

- 予約記録の集合recordsに含まれている予約記録はすべて、明日以降のイベントを対象としている

$$\forall r \in \text{records} . \text{isLater}(r.\text{date}, \text{getDate}())$$

- 「抽選予約操作の引数usersの中に、まだ予約を行っていないユーザが少なくとも1人存在する」

$$\exists u \in \text{users} . (\neg \text{isRegistered}(u))$$

\forall は「すべてにおいて」、 \exists は「あるものが存在して」



補足：時相論理(のイメージ)

■ 時相論理

- 「常に、フラグf1とf2の両方が1になっていることはない」

$$\square ((\neg f1 = 1) \vee (\neg f2 = 1))$$

- 「常に、リクエストイベントreqが発生すると、その後いつかレスポンスイベントresが発生する」

$$\square (req \Rightarrow \diamond res)$$

\square は「いつも」、 \diamond は「いつか」



目次

- 形式手法(フォーマルメソッド)とは
- 形式手法における様々なアプローチ
- 「数理論理学」?
- まとめ

形式手法の思想(再)

厳密な文法・意味論,
理論的裏付けを持つ言語を用い

- 仕様や設計を「きちんと」書こうとする過程により
 - 曖昧さを解消することになる
 - 不正確さ, 不整合も表面化する
 - システムに対する理解が深まる
- 仕様や設計を「きちんと」書いた結果により
 - 誤解なく情報を共有できる
 - 科学的・系統的な分析・検証ができる
 - 分析・検証をツールに支援させることができる

分析・検証内容は様々

(特に「作ってしまう」前に)
各成果物の質を保証し, 引き継いでいく



形式手法を扱う難しさ

- モデル化(抽象化)と適用方針
 - 「問題になっている・なりそうなところ」を同定, 検証・分析の目的・内容を定義
 - 目的に対して十分かつ効率的に記述, 検証・分析
 - 効率的かつ系統的に前後の成果物と連動

結局は「基準を定めそれを満たす」ことをそれぞれがやるための道具(基準を定めるのは人間)
- ノウハウ・専門知識, 体制, 開発プロセス全体
 - 「今のもの」とは違う(「より難しい」とは限らない)
 - 手法・ツール, 適用方針に依存する