

# 平成15年度「プログラムの数理」期末試験

平成16年2月9日 8:30 - 10:00

工学部6号館63号室

- 問1 a) 次の関数の再帰的定義と型を与えよ。[16']
- i)  $foldr (+) []$
  - ii)  $foldr (\otimes_p) []$  where  $x \otimes_p xs = \text{if } p\ x \text{ then } x : xs \text{ else } xs$
  - iii)  $\lambda xs. \text{map fst } (zip\ xs\ [1..])$
  - iv)  $foldl (\oplus) []$  where  $xs \oplus x = x : xs$
- b) iii) について、a) で答えた再帰的な定義はもとの定義と等しいことを証明せよ。[10']
- c) i) の関数をリストの内包表現で定義せよ。[5']
- d) iv) の関数を用いて  $foldl (\oplus) [] [1,2,3]$  を計算するグラフ簡約段階を示せ。[9']

問2 演算子  $\oplus$  は単位元  $a$  を持ち、結合的であるとする。関数  $h$  を

$$h = foldr (\oplus) a$$

で定義するとき、すべての有限リスト  $xs$  と  $ys$  について

$$h (xs ++ ys) = (h xs) \oplus (h ys)$$

を満たすことを証明せよ。[15']

問3 異なる自然数のリスト  $xs$  に対して  $minout\ xs$  は  $xs$  に含まれない最小の自然数を返すものとする。分割統治法を用いて、線形時間で  $minout$  を計算するプログラムを与えよ。[15']

問4 関数  $iterate$  は次のように定義される。

$$iterate\ f\ x = x : iterate\ f\ (f\ x)$$

このとき、以下の等式

$$iterate\ (+a)\ b = [i * a + b \mid i \leftarrow [0..]]$$

を証明せよ。[20']

問5 関数プログラミングの特徴を例を用いて説明せよ。[10']