

# 平成 17 年度「プログラムの数理」期末試験

平成 18 年 2 月 6 日 8:30 – 10:00

工学部 6 号館 63 号室

問 1 次の定義による関数  $insert$  を考えよう.

$$insert\ x\ xs = takeWhile\ (\leq\ x)\ xs ++ [x] ++ dropWhile\ (\leq\ x)\ xs$$

- (a)  $insert$  の型が  $Int \rightarrow R$  であるような  $R$  を求めよ. [6']
- (b) 最外簡約による式  $insert\ 3\ [1, 2, 4]$  を計算する簡約系列を示せ. [6']
- (c) リスト  $xs$  が非減少順で並んでいるならば,  $insert\ x\ xs$  も非減少順に並ぶことを示せ. [6']
- (d)  $insert$  の定義から次の効率のよい再帰的な定義を合成する手順を示せ.

$$\begin{aligned} insert\ x\ [] &= [x] \\ insert\ x\ (y : ys) &= \text{if } y \leq x \text{ then } y : insert\ x\ ys \text{ else } x : y : ys \end{aligned}$$

ただし,  $insert$  の第二番目の引数は非減少リストと仮定してよい. [6']

- (e) (d) の定義に基づいて, 最外簡約による式  $insert\ 3\ [1, 2, 4]$  を計算する簡約系列を示せ. [6']

問 2 関数  $choose\ k\ xs$  は長さが  $k$  であるような  $xs$  のすべての部分列のリストを返す. 例えば,

$$choose\ 3\ [a, b, c, d] = [[b, c, d], [a, c, d], [a, b, d], [a, b, c]]$$

である. 関数  $choose$  の再帰的な定義を与えよ. [20']

問 3 次の定義による関数  $fibs$  と  $fib$  を考えよう.

$$fibs = 0 : 1 : [x + y \mid (x, y) \leftarrow zip\ fibs\ (tail\ fibs)]$$

$$\begin{aligned} fib\ 0 &= 0 \\ fib\ 1 &= 1 \\ fib\ (n + 2) &= fib\ n + fib\ (n + 1) \end{aligned}$$

- (a)  $n \geq 1, m \geq 0$  であるすべての自然数について

$$fib\ (n + m) = fib\ n \times fib\ (m + 1) + fib\ (n - 1) \times fib\ m$$

であることを証明せよ. [15']

- (b) 次等式

$$fibs = map\ fib\ [0..]$$

が成立することを証明せよ. [15']