# 基本データ型

胡　振江

# 整数型

-2^31, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 2^31-1 :: **Int**

**Some operations:**

2+3 ⟶ 5
2*3 ⟶ 6
2^3 ⟶ 8

二項中置演算子

div 7 2 ⟶ 3
mod 7 2 ⟶ 1

二項前置演算子

# 不動小数点数 (実数) 型

1.5, 0.425, 3.14159… :: **Float**

**Some operations:**

2.5 + 1.5 ⟶ 4.0
3 - 1.2 ⟶ 1.8
1.4142^2 ⟶ 1.99996

1 / 3 ⟶ 0.333333
sin (pi/4) ⟶ 0.707107

# 結合順位

- **結合順位:**
  - **関数適用**　　↑ **強い**
  - ^
  - * / div mod
  - + -　　**弱い**
  - 例
    - 3 ^ 4 * 5
    - 3 * 7 + 4.1
    - square 3 * 4

- **結合順序 (同じの演算)**
  - **左結合:** 5-4-3
  - **右結合:** 5^4^3
  - **結合性:** 5+4+3

# 二項演算子とセクション

- **セクション: 括弧でくくられた演算子**
  (+) :: Int → Int → Int
  (+) x y = x + y
- **更に拡張: 引数を演算子とともに括弧でくくる**
  (x⊕) y = x ⊕ y
  (⊕x) y = y ⊕ x
  (*2): 　**2倍する　関数**
  (1/): 　**逆数を求める　関数**
  (/2): 　**2分する　関数**
  (+1): 　**つぎの値を得る　関数**

# 練習問題

- **つぎの関数はどのような引数に対して Trueを返すか。**
  - (==9) . (2+) . (7*)
- **正しいのはどれ？**
  - (*) x = (*x)
  - (+) x = (x+)
  - (-) x = (-x)

## 例題：平方根の計算sqrt

- **仕様**

  X>=0の時、sqrt x >=0 かつ (sqrt x)^2=x
  - この仕様が平方根を計算する方法を述べているのではない
  - 実際の計算機上の有限精度の算術計算を許容しない。

精度を考慮して

小さいeps>0に対して

sqrt x >=0 かつ abs((sqrt x)^2-x) <= eps

ここで，

## 例題：平方根の計算sqrt (cont)

- Newton法

  Y(n)をxの平方根の近似値とすると

  **y(n+1) = (y(n) + x / y(n)) / 2**

  によるy(n+1)はy(n)よりもよい近似値である．

例： 2の平方根の計算

| | | |
|---|---|---|
| y(0) | = 2 | improve |
| y(1) = (2+2/2)/2 | = 1.5 | |
| y(2) = (1.5+2/1.5)/2 | = 1.4167 | |
| y(3) = (1.4167+2/1.4167)/2 | = 1.4142157 | |
| … | 終止条件：satisfy | |

## 例題：平方根の計算sqrt (cont)

- **メーン関数**

sqrt x = until (satisfy x) (improve x) x

until: ある条件が真になるまで初期値に関数を繰り返して適用する

satisfy x: abs(y^2-x)<eps

improve x: y(n) → y(n+1)

x: y(0)

## improve 関数

- 近似値yから新しい近似値を生成する関数

```
improve :: Float → Float → Float
improve x y = (y + x/y) / 2
```

括弧を明示的に表すと

```
improve :: Float → (Float → Float)
(improve x) y = (y + x/y) / 2
```

になる．

## satisfy 関数

- 終了条件を判定する関数

```
satisfy x y = abs (y^2 – x) < eps
```

Q: satisfy関数の型は？

## until 関数

- ある条件pが真になるまで初期値に関するfを繰り返し適用する関数

```
until p f x | p x = x
            | otherwise = until p f (f x)
```

高階関数：関数引数を取る関数

Q：untilの型は？

## プログラム sqrt.hs

```
sqrt1 x = until (satisfy x) (improve x) x
  where
    improve x y = (y + x/y) / 2
    satisfy x y = abs (y^2 – x) < eps
    eps = 0.0001
```

単純な関数の組み合わせ ➔ 修正しやくなる

（教科書 p.24, 練習問題 2.1.7）

## Newton法の一般的な解法

- f(x) = 0の根を求める手法

  yが関数fの根の近似値であるならば，

  y – f(y) / f'(y)

  がよりよい根の近似値である．

```
newton f  x = until satis improve x
   where satis y = abs(f y) < eps
         improve y = y – (f y / deriv f y)
         deriv f x = (f(x+dx) – f x) / dx
         dx = 0.00001
         eps = 0.0001

sqrt x = newton f x
    where f y = y^2-x
```

## 論理型 Bool

True, False ：： **Bool**

**述語：論理値を返す関数**

- E.g. even :: Int → Bool
- **比較演算子**

| | | |
|---|---|---|
| == | 等しい | 1==1 |
| /= | 等しくない | True /= False |
| < | より小さい | |
| > | より大きい | |
| <= | より小さいかまたは等しい | |
| >= | より大きいかまたは等しい | |

- **論理演算子**

| | | |
|---|---|---|
| && | 論理和 | and p q (p \`and\` q) |
| \|\| | 論理積 | or p q |
| not | 論理否定 | not p |

## 例題：閏年の判定

- **閏年とは、4で割り切れる年であるが、100で割り切れるならば400でも割り切れなくてはならない。**

```
leap y = y `mod` 4 == 0     &&
         (y `mod` 100 /= 0 || y `mod` 400 == 0)
```

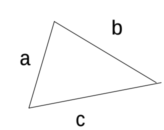
**または**

```
leap y | y `mod` 100 == 0   = y `mod` 400 ==  0
       | otherwise          = y `mod` 4 ==  0
```

## その他の例題

```
analysis a b c
  | a+b<=c                 = 0
  | a==b && b==c           = 1
  | a/=c && (a==b || b==c) = 2
  | a<b && b<c             = 3

pred n | n==0      = 0
       | n>0       = n-1
```




a<=b<=c

## 文字型

‘a’ ‘7’ ‘ ‘ :: **Char**

- **基本関数**
  - – ord :: Char → Int
  - – chr :: Int → Char

**例**： ord ‘b’ ➔ 98
chr 98 ➔ ‘b’
chr (ord ‘b’ + 1) ➔ ‘c’

## 例題

- **文字が数字であることを判定する関数**

isDigit x = ‘0’ <= x && x <= ‘9’

- **小文字を大文字に変える関数**

capitalise x
| isLower x = chr (offset + ord x)
| otherwise = x
where offset = ord ‘A’ – ord ‘a’

## 文字列型

“a” “hello” :: **String**

- **文字列の比較は通常の辞書式順に従う**

“hello” > “hallo”
“Jo” < “Joanna”

- **関数**
  - – show :: a → String

show 100 ➔ “100”
show True ➔ “True”
show (show 100) ➔ “”100””

- **文字列をつなぐ連接演算子 ++**

“hello” ++ “ “ ++ “world” ➔ “hello world”

## 組型

- (T1,T2,…,Tn)
  - – (17.3,’+’) :: (Float,Char)
  - – (3,6) :: (Int,Int)
- **順序：辞書式順序**
  - – (“s”,4) < (“s”,5)
- **関数**
  - – fst (x,y) = x
  - – snd (x,y) = y

## 例題1：2次方程式

- **2次方程式の根を求める関数**

a x^2 + b x + c = 0 (a,b,c)

Let d = b^2 – 4ac.
If d >=0 then (r1,r2)
r1 = (-b + sqrt d) / 2a
r2 = (-b – sqrt d) / 2a

```
roots :: (Float,Float,Float) → (Float,Float)
roots (a,b,c) | d>=0  = (r1,r2)
  where
      r1 = (-b+r) / (2*a)
      r2 = (-b-r) / (2*a)
      r  = sqrt d
      d  = b^2 - 4*a*c
```

## 例題2：有理数

- **有理数の表現：対**
  x/y ➔ (x,y)
- **問題：**
  - 有理数の正規化 (18,16) → (9,8)
  - 有理数の四則演算
  - 有理数の比較
  - 有理数の表示

## 有理数の正規化

$$\frac{x}{y} = sign(x*y)\frac{|x|/\gcd(|x|,|y|)}{|y|/\gcd(|x|,|y|)}$$

```
norm (x,y)
      | y /= 0  =  (s * (u `div` d), v `div` d)
  where u = abs x
            v = abs y
            d = gcd u v
            s = sign (x*y)

    sign x | x>0  = 1
             | x==0 = 0
             | x<0  = -1
```

## 有理数上の四則演算

```
radd (x,y) (u,v) = norm (x*v+u*y,y*v)
rsub (x,y) (u,v) = norm (x*v-u*y,y*v)
rmul (x,y) (u,v) = norm (x*u,y*v)
rdiv (x,y) (u,v) = norm (x*v,y*u)
```

## 有理数の比較

```
compare' op (x,y) (u,v) = op (x*v) (y*u)

requals  = compare' (==)
rless      = compare' (<)
rgreater = compare' (>)
```

## 有理数の表示

```
showrat (x,y)
    = if v==1 then show u
        else show u ++ "/" ++ show v
  where (u,v) = norm (x,y)
```

## パターン

- 等式の左側にパターンを用いて関数を定義することができる。
  - 論理値パターン

```
cond True x y = x
cond Flase x y = y

cond p x y | p == True   = x
           | p == Flase  = y
```

  - 自然数（負でない整数）パターン

```
pred 0 = 0
pred (n+1) = n

count 0 = 0
count 1 = 1
count (n+2) = 2
```

## 関数

- 関数はあらゆる型の値を引数にとりうるし、あらゆる種類の値を結果として返すことができる。
  - 例：高階関数
    - 引数として関数をとる、あるいは
    - 結果として関数を返す

微分演算子： 引数 – 関数
結果 – 導関数

関数の性質

## 関数合成

- 二つの関数を合成する演算子 .
  (.) :: (b→c)→(a→b)→(a→c)
  (f . g) x = f (g x)

- 結合的
  (f . g) . h = f . (g . h)

## 演算子と関数

- 二項演算子は関数とよく似ている。異なる点は2つの引数の前に置くのではなく間に書くということだけある。

⊗ ⊕ ♣ ♦ ♥ ♠

  - セクション： 演算子 ➔ 関数
    2 + 3 ➔ (+) 2 3 ➔ (2+) 3 ➔ (+3) 2
  - バッククオート： 二引数関数 ➔ 演算子
    div 5 3 ➔ 5 \`div\` 3

## 逆関数

- 単射関数
  - ∀x in A, y in B. f x == f y ➔ x==y
- 全射関数
  - ∀y in B, ∃x in A. f x = y
- 逆関数
  - $f^{-1}$(f x) = x
  - 例 f x = (sign x, abs x)
    $f^{-1}$(s,a) = s*a

## 正格関数と非正格関数

- **正格関数**
  - **定義**： f ⊥ = ⊥
  - **例**： square (1/0) = ⊥
- **非正格関数：正格でない関数**
  - **例**： three x = 3

    > three (1/0)

    3

## 非正格な意味論の利点

- **相等性に関する議論しやすい**

  2 + three x = 5

  **→単純で統一的な置換操作**

  **→プログラムの正当性を議論しやすい**
- **関数を定義して、新たら制御構造を定義することができる。**

```
cond p x y | p         = x
           | otherwise = y
recip x = cond (x==0) 0 (1/x)
```

**正格な意味論では** recip 0 = ⊥

**非正格な意味論では** recip 0 = 0

## 簡約戦略

f x1 x2 … xn**の評価**

- **先行評価**
  - **引数優先評価戦略**

    X1,x2,…,xn**を評価したら**f**を評価する。**
- **遅延評価**
  - **（外側の）関数優先評価戦略**

    f**をまず評価する。**

## 型の同義名

- **距離、角度、位置を引数にとり、角度と距離で示される新しい位置に場所を移動する関数** move：

```
move :: Floatt→Float→(Float,Float)→ (Float,Float)
move d a (x,y) = (x+d*cos a,x+d*sin a)

type Position = (Float,Float)
type Angle = Float
type Distance = Float

move :: Distance→Angle→Position→Position
```

## 型推論

- **適用規則**
  - f x :: t ➔ ∃t’. x :: t’, f :: t’→t
- **相等性規則**
  - x::t, x::t’ ➔ t==t’
- **関数の規則**
  - t→u = t’→u’ ➔ t=t’, u=u’

## (.) f g x = f (g x)

**引数名と結果に型を割り当てる**

f :: t1

g :: t2

x :: t3

f (g x) :: t4

(.) ::t1→t2→t3→t4

**適用規則**

g x :: t5

f :: t5→t4

**適用規則**

x :: t6

g :: t6→t5

**相等性規則**

t1 = t5→t4

t2 = t6→t5

t3 = t6

(.) :: (t5→t4)→(t6→t5)→t6→t4

## f x y = fst x + fst y

**仮定**

fst :: (a,b)→a

(+) :: Int→Int→Int

x :: t1

y :: t2

fst1 x + fst2 y :: t3

f :: t1→t2→t3

fst2 y :: t4

(+) (fst1 x) :: t4→t3

y :: t5

fst2 :: t5→t3

fst1 x :: t6

(+) :: t6→t4→t3

x :: t7

fst1 :: t7→t6

**相等性規則、関数規則 …**

f :: (Int,u1) → (Int,u2) → Int

## fix f = f (fix f)

f :: t1

f (fix f) :: t2

fix :: t1→t2

fix f :: t3

f :: t3→ t2

f :: t4

fix :: t4→t3

t1 = t3→t2 = t4

t1 = t4

t2 = t3

fix :: (t2→t2)→t2

## selfapply f = f f

f :: t1

f f : t2

Selfapply :: t1→ t2

f :: t3

f :: t3→t2

t3 = t3 → t2

**上の等式はt3に対する解をもたないので、型エラー**