

プログラムの数理
Mathematical Structures in Programs

胡 振江

平成16年度冬学期



講義の概要



目的

本講義では算法言語の基本概念を関数プログラミングを通して修得する。

関数プログラミングは算法設計・プログラミングを数学的な活動としてとらえる考え方であり、本講義ではそれをプログラミング言語Haskellを用いて具体的に示すとともに、厳密な科学・工学としてのプログラミングのあり方を学ぶ。



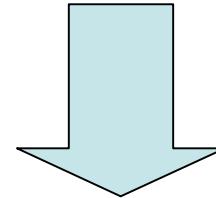
内容

- 関数プログラミング言語Haskellの学習
 - プログラム: 関数の定義
 - プログラムの実行: 式の簡約
- 関数プログラミングの特徴の理解
 - 問題の記述: 抽象的
 - プログラム構造: 構成的
 - プログラム間の関係: 推論, 操作しやすい
 - プログラム性質: 証明しやすい



他講義との関係

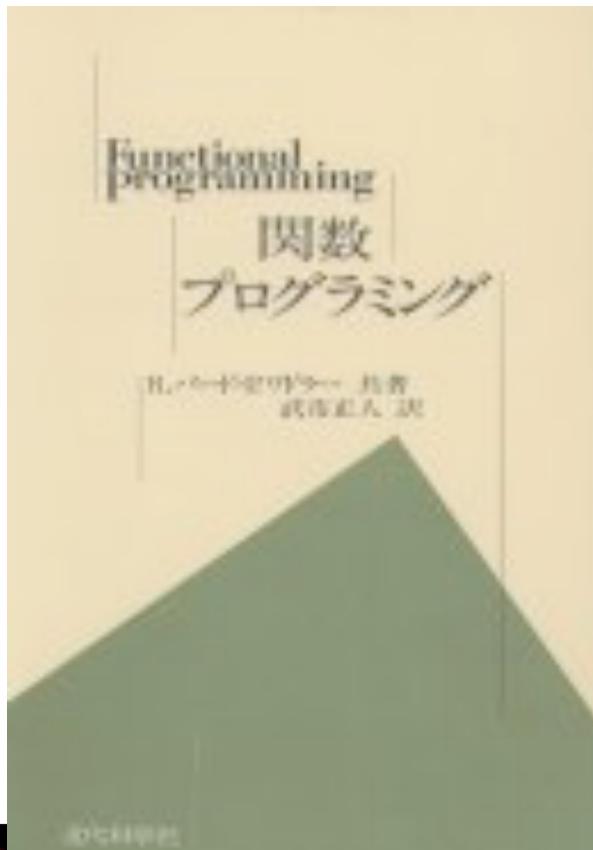
プログラムの数理(3年)



計算モデルの数理(4年)



教科書



- 武市正人訳、「関数プログラミング」, 近代科学社, 1994年. ISBN4-7649-0181-1
(R. Bird and P. Wadler, Introduction to Functional Programming, Prentice Hall, 1988)

参考書など

- Richard Bird. Introduction to Functional Programming in Haskell, Prentice Hall, 1998.
- 講義ページ:
<http://www.ipl.t.u-tokyo.ac.jp/~hu/pm04/>



日程

- 10月: 4, 11(祝日), 18, 25
- 11月: 1, 8, 15(実習), 22, 29
- 12月: 6, 13, 20
- 1月: 10(祝日), 17, 24, 31(質疑)

欠席, 遅刻しないよう



評価・成績

- 出席 20%
- レポート 20%
- 期末試験 60%



学習方法

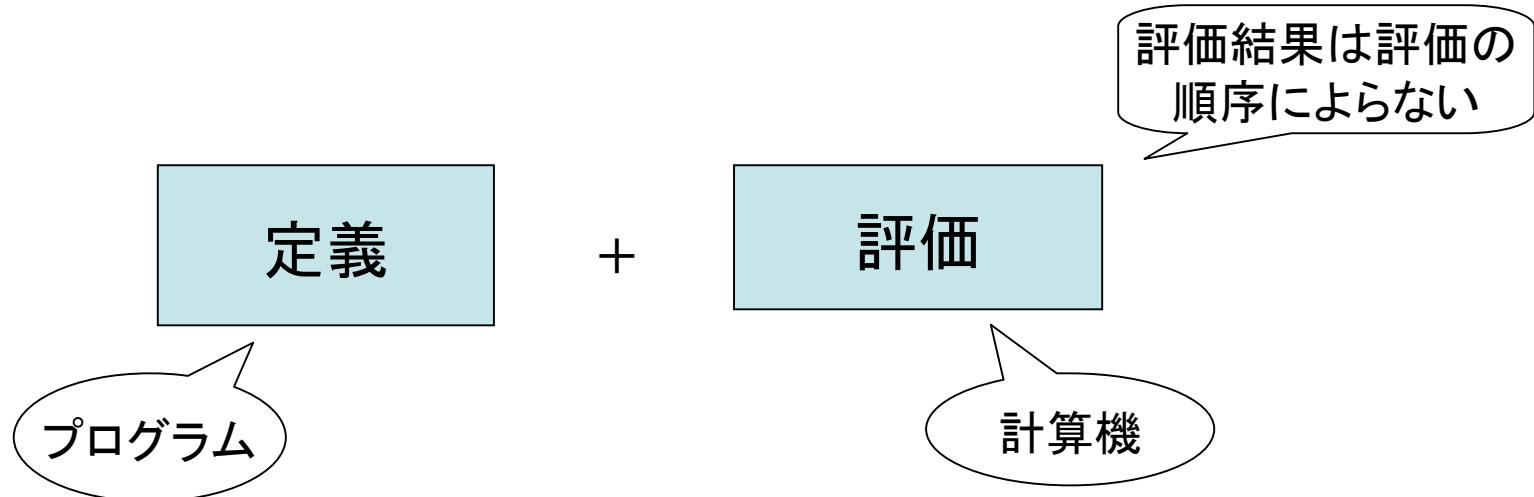
- ・ 講義で内容を理解すること。
- ・ 練習問題をやること。
- ・ プログラムを書くこと。



関数プログラミングの基本的な概念



関数プログラミング



セッション (session)

```
Prelude> 2+5*3  
17  
Prelude> sin(1) + cos(1)  
1.3817732906760363  
Prelude> pi  
3.141592653589793  
Prelude> 7/2  
3.5
```



スクリプト (Script): 関数定義

xxx.hs

プログラム名

定義の並び

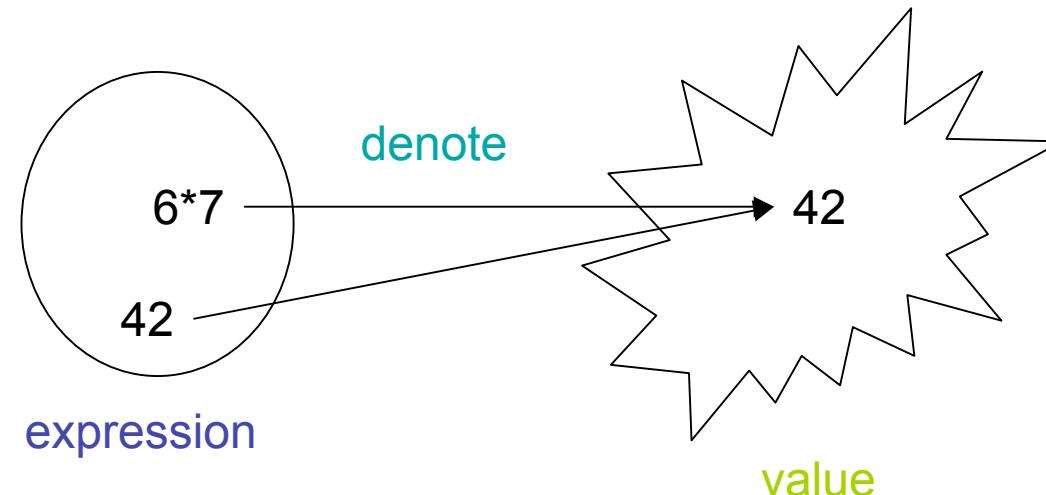
```
square x = x * x  
min x y | x<=y      = x  
          | otherwise = y
```

Prelude.hs: よく使われている関数定義の集まり



式と値

「式」は「値」を「表す」



参照透明性(reference transparency):

- 変数の定義と同一の文脈中で変数の表す値は変わらない。



簡約 (reduction)

```
square (3+4)
⇒ square 7
⇒ 7*7
⇒ 49
```

```
square (3+4)
⇒ (3+4) * (3+4)
⇒ 7*(3+4)
⇒ 7*7
⇒ 49
```

- 標準形 (canonical form)、正規形 (normal form)
 - それ以上簡約できない式のこと。
- 底要素 (bottom value): \perp
 - 定義されない「値」 (例: 1/0)



型 (type)

- 基本型: Int, Bool, Char, String
- リスト型: [t]
- 組型: (t₁, t₂, ..., t_n)
- 関数型: t₁ -> t₂
- 代数型、抽象型

強い型決め (strong typing)



関数と定義

$f : A \rightarrow B$

- 関数定義

double :: Int -> Int

double x = x * x



- 関数適用

double 5 ==> 25

- 多様型関数 (polymorphic function)

id :: a -> a

id x = x



定義の形式

場合分け (case analysis)



```
min x y | x <= y = x  
        | x > y = y
```

局所的な定義 (local definition)

A white cloud-like shape with a wavy bottom edge, containing the words "local definition" in black text.

```
f x y | x >= 0 = x + a  
        | otherwise = x - a  
where a = square (y+1)
```



カリー化 (currying)

```
min' (x, y) | x <= y = x  
              | x > y  = y
```

1引数関数

↓ カリー化

```
min x y | x <= y = x  
              | x > y  = y
```

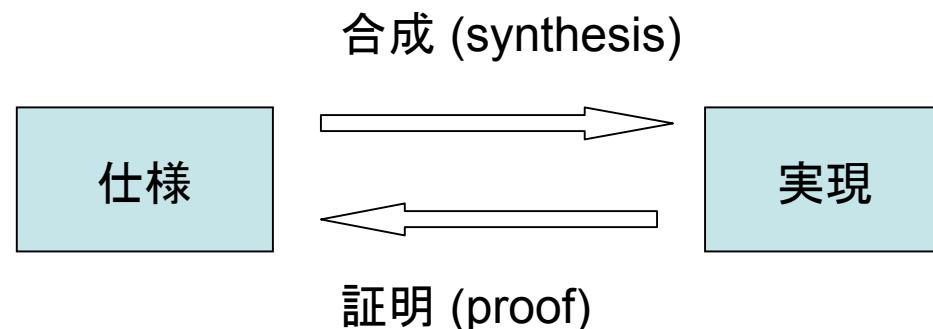
2引数関数

$\text{min} :: \text{Int} \rightarrow (\text{Int} \rightarrow \text{Int})$



仕様と実現

- 仕様 (specification)
 - 問題の数学的記述
- 実現 (implementation)
 - 仕様を満たすプログラム



Running Haskell Programs

Hugs をインストールする。

<http://www.haskell.org/hugs/>

(ECC has Hugs installed)



Primitive Library: Prelude.hs

Extended Library: Char.hs, List.hs, System.hs, ...

Your Program: Test.hs, ...



宿題

- 教科書を購入し、第一章を読む。
- Hugs をインストールする。
- Hugsを使ってみる。
 - <http://cvs.haskell.org/Hugs/pages/hugsman/basics.html> を読む
 - (スライド中の)例を確認する

