

プログラムの数理
Mathematical Structures in Programs

胡 振江
平成16年度冬学期



講義の概要



目的

本講義では算法**言語の基本概念**を関数プログラミングを通して修得する。関数プログラミングは算法設計・プログラミングを**数学的な活動**としてとらえる考え方であり、本講義ではそれをプログラミング言語Haskellを用いて具体的に示すとともに、厳密な**科学・工学としてのプログラミングのあり方**を学ぶ。



内容

- 関数プログラミング言語Haskellの学習
 - プログラム: 関数の定義
 - プログラムの実行: 式の簡約
- 関数プログラミングの特徴の理解
 - 問題の記述: 抽象的
 - プログラム構造: 構成的
 - プログラム間の関係: 推論, 操作しやすい
- プログラム性質: 証明しやすい



他講義との関係

プログラムの数理(3年)



計算モデルの数理(4年)



教科書



- 武市正人訳、「関数プログラミング」, 近代科学社, 1994年, ISBN4-7649-0181-1
(R. Bird and P. Wadler, Introduction to Functional Programming, Prentice Hall, 1988)



参考書など

- Richard Bird. Introduction to Functional Programming in Haskell, Prentice Hall, 1998.
- 講義ページ:
<http://www.ipl.t.u-tokyo.ac.jp/~hu/pm04/>



日程

- 10月: 4, 11(祝日), 18, 25
- 11月: 1, 8, 15(実習), 22, 29
- 12月: 6, 13, 20
- 1月: 10(祝日), 17, 24, 31(質疑)

欠席, 遅刻しないよう



評価・成績

- 出席 20%
- レポート 20%
- 期末試験 60%



学習方法

- 講義で内容を理解すること。
- 練習問題をやること。
- プログラムを書くこと。



関数プログラミングの基本的な概念



関数プログラミング



セッション (session)

```
Prelude> 2+5*3
17
Prelude> sin(1) + cos(1)
1.3817732906760363
Prelude> pi
3.141592653589793
Prelude> 7/2
3.5
```

スクリプト (Script): 関数定義

xxx.hs

プログラム名
定義の並び

```
square x = x * x
min x y | x <= y     = x
          | otherwise = y
```

Prelude.hs: よく使われている関数定義の集まり

式と値

「式」は「値」を「表す」

expression value

参照透明性(reference transparency):
-- 変数の定義と同一の文脈中で変数の表す値は変わらない。

簡約 (reduction)

```
square (3+4)
=> square 7
=> 7*7
=> 49
```

```
square (3+4)
=> (3+4) * (3+4)
=> 7*(3+4)
=> 7*7
=> 49
```

- 標準形 (canonical form)、正規形 (normal form)
-- それ以上簡約できない式のこと。
- 底要素 (bottom value): \perp
-- 定義されない「値」 (例: $1/0$)

型 (type)

- 基本型: Int, Bool, Char, String
- リスト型: [t]
- 組型: (t1, t2, ..., tn)
- 関函数型: t1 -> t2
- 代数型、抽象型

強い型決め (strong typing)

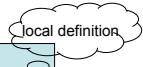
関数と定義

- 関数定義
double :: Int -> Int
double x = x * x
自動導出可能
- 関数適用
double 5 ==> 25
- 多様型関数 (polymorphic function)
id :: a -> a
id x = x

定義の形式

場合分け (case analysis) 

```
min x y | x <= y = x
          | x > y = y
```

局所的な定義 (local definition) 

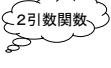
```
f x y | x >= 0 = x + a
          | otherwise = x - a
          where a = square (y+1)
```



カリー化 (currying)



```
min' (x, y) | x <= y = x
              | x > y = y
```



カリー化

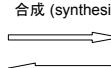
```
min x y | x <= y = x
          | x > y = y
```

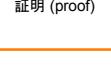
min :: Int -> (Int -> Int)



仕様と実現

- 仕様 (specification)
 - 問題の数学的記述
- 実現 (implementation)
 - 仕様を満たすプログラム

合成 (synthesis) 

証明 (proof) 

仕様  



Running Haskell Programs

Hugs をインストールする。
<http://www.haskell.org/hugs/>
 (ECC has Hugs installed)



Primitive Library: Prelude.hs
 Extended Library: Char.hs, List.hs, System.hs, ...
 Your Program: Test.hs, ...



宿題

- 教科書を購入し、第一章を読む。
- Hugs をインストールする。
- Hugsを使ってみる。
 - <http://cvs.haskell.org/Hugs/pages/hugsman/basics.html> を読む
 - (スライド中の)例を確認する

