

「プログラムの数理」講義概要

胡 振江

東京大学 計数工学科

2008年10月6日

Copyright © 2008 Zhenjiang Hu, All Right Reserved.

最初のお願い

冬学期の1限目の講義は大変ではありますが、

- 遅刻しないこと、
- 講義中、集中して内容を理解すること。

よろしくお願ひします。

本講義の目的

- **算法言語の基本概念**（文法，意味，型，計算モデル）を学習することによって，**厳密な科学・工学**としてのプログラミングのあり方を学ぶ。
- **算法設計・プログラミング**を**数学的な活動**としてとらえる考え方を理解する。計算機プログラムの数理的構造を捉え、それに基づいて構成的にアルゴリズムを記述する**構成的アルゴリズム論** (constructive algorithmics) の基礎を扱う。

講義ページ:

<http://research.nii.ac.jp/~hu/pub/teach/pm08/>

最大部分列和 (maximum segment sum) の問題 (MSS)

MSS 問題

n 個の整数の列 $x = [x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]$ が与えられたとき、 x の連続する部分列 (segment) $x[i..j] = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{j-1}]$ の要素の和 $x_i + x_{i+1} + \dots + x_{j-1}$ の最大値を求めよ。長さが 0 の列 (空列) $x[i..i)$ に対して、その要素の和は 0 とする。

たとえば、列

$$x = [31, -41, 59, 26, -53, 58, 97, -93, -23, 84]$$

に対するこの問題 MSS の解は、部分列 $x[2..7)$ の要素の和 187 である。

単純な解法

- 1 まず、すべての部分列 $x[i..j]$ ($0 \leq i < j$) を求める (*segs*)
- 2 そして、それぞれの部分列 $x[i..j]$ の要素の和 $x_i + x_{i+1} + \dots + x_{j-1}$ を求める (*sums*)
- 3 最後に、すべての部分列の要素の和のうちで最大のものを求める (*max*)。

演習問題

長さ n の列のすべての部分列の個数はいくつか。

演習問題

segs, *sums*, *max* の処理を続けて処理するプログラムの時間計算量 (の基本的な演算の個数) は n の値が大きいときには、少なくとも n の何乗に比例するか。

賢い解法

```
main(){
    int x[]= ...
    int n= ...
    /* 変数の宣言 */
    ...
    mss=0;
    s=0;
    for(i=0;i<n;i++){
        s += x[i];
        if(s<0) s=0;
        if(mss<s) mss= s;
    }
    /* 最大部分列和は mss */
}
```

このプログラムが問題を正しく解くものであることはどうやって示すことができるであろうか？

最初に問題を考えたときには思いもよらなかったこのように単純なプログラムが見つけれられるのは“独創性”によるものなのだろうか？

講義内容 (1/2)

Part I: 関数プログラミング言語 Haskell の基本を学習する.

- 関数プログラム：関数の定義
- 関数プログラムの実行：式の簡約
- 特徴：
 - 抽象的 (algorithmic) な記述
 - 構成的なプログラム構造
 - 推論 ● 変換が容易

講義内容 (2/2)

Part II: プログラムの演算法 (Program Calculation) を学習する.

- Bird-Meertens Formalism: プログラムを構築するためのメタ理論
 - データ構造によるプログラムの構造化
 - プログラミング代数 (プログラミング理論の構築)

他講義との関係

- 学部
 - プログラムの数理：3年冬
 - 計算モデルの数理：4年夏
- 大学院
 - プログラムの構造論
 - ソフトウェアの構成論

教科書 ● 参考書

- 教科書

- 武市正人訳、「関数プログラミング」, 近代科学社, 1994 年.
ISBN4-7649-0181-1 (R. Bird and P. Wadler, Introduction to
Functional Programming, Prentice Hall, 1988)

- 参考書

- Richard Bird, Lecture Notes on Constructive Functional Programming, Technical monograph 69; PRG, Oxford University, September 1988.
- Richard Bird and Oege de Moor. The Algebra of Programming. Prentice-Hall, 1996.
- 青木峰郎 (著)・山下伸夫 (監修) 『ふつうの Haskell プログラミング ふつうのプログラマのための関数型言語入門』ソフトバンククリエイティブ (2006)

日程

- 10月: 6, 20, 27
- 11月: 10, 17
- 12月: 1, 8, 15(休講), 22, 24
- 1月: 8, 19(休講), 26
- 2月: 2, 期末試験