

計算モデル特論

プロセス計算



国立情報学研究所
佐藤一郎
E-mail: ichiro@nii.ac.jp

Ichiro Satoh

合同性

合同性とシステム



Ichiro Satoh

合同関係

$P_1 \sim P_2$ ならば、下記が成立する

- $\alpha.P_1 \sim \alpha.P_2$
- $P_1 + Q \sim P_2 + Q$
- $P_1 | Q \sim P_2 | Q$

Ichiro Satoh

インターリーブ

プロセス代数では並行計算と非決定性は等価

$$a.0 | b.0 \sim a.b.0 + b.a.0$$

Ichiro Satoh

▶ 強双模倣性(Strong Bisimulation)

$(P_1, P_2) \subseteq R$ が強双模倣とは任意のアクション α に対して、次の2条件が成立すること

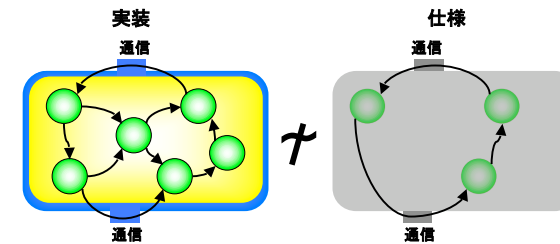
- 任意の P_1' に対して $P_1 \rightarrow P_1'$ ならば、
ある P_2' が存在して $P_2 \rightarrow P_2'$ かつ $(P_1', P_2') \subseteq R$
- 任意の P_2' に対して $P_2 \rightarrow P_2'$ ならば、
ある P_1' が存在して $P_1 \rightarrow P_1'$ かつ $(P_1', P_2') \subseteq R$

$(P_1, P_2) \subseteq R$ となる R が存在するとき、 P_1 と P_2 が双模倣関係と呼び、 $P_1 \sim P_2$ と書く

Ichiro Satoh

▶ 観測性

外部との相互作用に着目→内部計算を無視

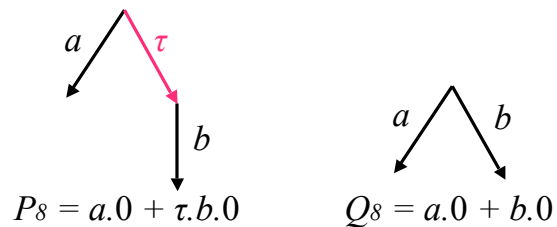


仕様では内部実装はふれず、外部との通信に特化

Ichiro Satoh

▶ 観測透過性

外部から観測不能かつ制御不能なアクションを内部的に実行できるプロセスの等価性とは



内部アクション τ を無視すればいいというものではない

Ichiro Satoh

▶ 観測可能性

内部アクション (τ) の抽象化

$$q \xRightarrow{\varepsilon} q': q = q_0 \xrightarrow{\tau} q_1 \xrightarrow{\tau} \dots \xrightarrow{\tau} q_n = q, n \geq 0$$

$$q \xRightarrow{\alpha} q': q \xRightarrow{\varepsilon} q_1 \xrightarrow{\alpha} q_2 \xRightarrow{\varepsilon} q'$$

$\alpha = \tau$ のとき $\alpha = \varepsilon$, それ以外のとき $\alpha = \alpha$

Ichiro Satoh

▶ 弱双模倣性(Weak Bisimulation)

$(P_1, P_2) \subseteq R$ が弱双模倣とは任意のアクション α に対して、次の2条件が成立すること

- 任意の P_1' に対して $P_1 \xrightarrow{\alpha} P_1'$ ならば、
ある P_2' が存在して $P_2 \xrightarrow{\alpha} P_2'$ かつ $(P_1', P_2') \subseteq R$
- 任意の P_2' に対して $P_2 \xrightarrow{\alpha} P_2'$ ならば、
ある P_1' が存在して $P_1 \xrightarrow{\alpha} P_1'$ かつ $(P_1', P_2') \subseteq R$

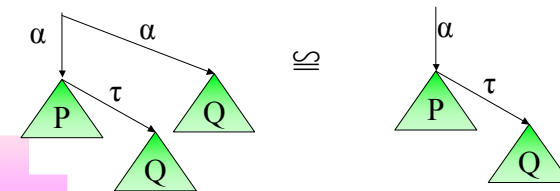
$(P_1, P_2) \subseteq R$ となる R が存在するとき、 P_1 と P_2 が双模倣関係と呼び、 $P_1 \approx P_2$ と書く

Ichiro Satoh

▶ 弱双模倣性(Weak Bisimulation)

弱双模倣関係

- $\alpha.\tau.P \approx \alpha.P$
- $P+\tau.P \approx \tau.P$
- $\alpha.(P+\tau.Q) + \alpha.Q \approx \alpha.(P+\tau.Q)$



Ichiro Satoh

▶ 強双模倣性と弱双模倣性

τ 遷移を考慮して相互に模倣するならば、 τ 遷移を無視しても相互に模倣する

$$P \sim Q \text{ ならば、 } P \approx Q$$

Ichiro Satoh

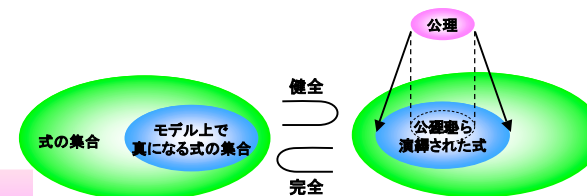
▶ 完全性と健全性

健全性

公理系により演繹された式はモデルにおいても真になる

完全性

モデルにおいて真となる式は公理系によっても演繹される



Ichiro Satoh

▶ 公理化

プロセス式

$P ::= 0 \mid \alpha.P \mid P+Q$

公理系A (等価式)

(A) $P+Q=Q+P$ $P+(Q+R)=(P+Q)+R$ $P+P=P$ $P+0=P$

健全性

$A \vdash P=Q$ ならば $P \sim Q$

完全性

$P \sim Q$ ならば $A \vdash P=Q$

Ichiro Satoh

▶ 公理化

+ に関する公理

$P+(Q+R) = (P+Q)+R$ $P+Q = Q+P$ $P+P = P$ $P+0 = P$

| に関する公理

$P|(Q|R) = (P|Q)|R$ $P|Q = Q|P$ $P|0 = P$

観測性を考慮した公理

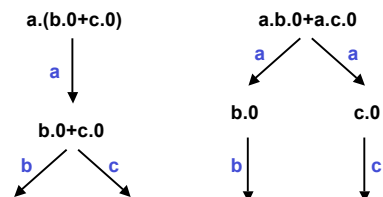
$\alpha.\tau.P = \alpha.P$ $P+\tau.P = \tau.P$ $\alpha.(P+\tau.Q) + \alpha.Q = \alpha.(P+\tau.Q)$

Ichiro Satoh

▶ プロセス論理

論理学手法を利用したプロセスの仕様記述と証明

例: $a.(b.0+c.0) \neq a.b.0+a.c.0$



Ichiro Satoh

▶ プロセス論理

Hennessey-Milner論理

構文:

$P ::= \text{true} \mid \text{false} \mid P \wedge Q \mid \neg P \mid \langle a \rangle \mid [a]$

非形式的意味

true	真を表す
false	偽を表す
$P \wedge Q$	PかつQ
$\neg P$	Pの否定
$\langle a \rangle$	アクションaに関する可能様相演算子
$[a]$	アクションaに関する必然様相演算子

Ichiro Satoh

▶ プロセス論理

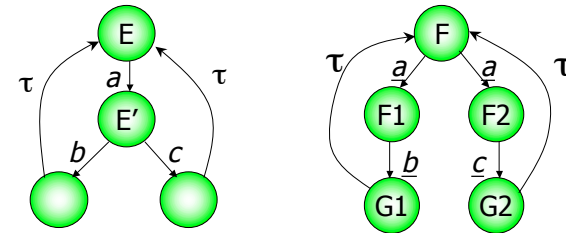
プロセス論理式によるプロセス表現

- $a.(b.0+c.0) \vdash \langle a \rangle \langle b \rangle \text{true} \wedge \langle c \rangle \text{true}$
- $a.b.0+a.c.0 \vdash \langle a \rangle \langle b \rangle \text{true} \wedge \langle a \rangle \langle c \rangle \text{true}$

Ichiro Satoh

▶ プロセス等価とは

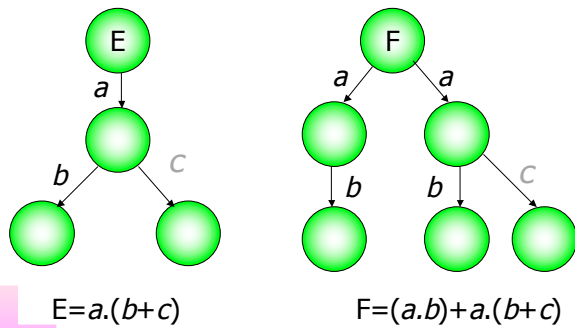
$E = a.(b.\tau.E + c.\tau.E)$
 $F = a.b.\tau.F + a.c.\tau.F$



Ichiro Satoh

▶ トレース等価

オートマトンにおける等価



Ichiro Satoh