

性質検査 課題

担当：吉田悠一

平成 26 年 7 月 15 日

問題 1 アルゴリズム A を、入力サイズ n 、エラーパラメータ $\epsilon > 0$ に対してクエリ計算量 $T(n, \epsilon)$ で動作する、正答確率が $2/3$ 以上の検査アルゴリズムとする。正答確率が $1 - \delta$ 以上にした同様の検査アルゴリズムで、クエリ計算量が $O(T(n, \epsilon) \log(1/\delta))$ のものが存在することを示せ。

問題 2 $x \in \{0, 1\}^n$ が単調とは、任意の $i < j$ に対して、 $x_i \leq x_j$ であることを言う。単調性を定数クエリ (n に依存しない数のクエリ) で検査するアルゴリズムを示せ。

問題 3 Szemerédi の正則性補題に頼らないで、 Δ -freeness に対する $O(n/\epsilon)$ クエリ検査アルゴリズムを与えよ。

問題 4 [Roth の定理] 以下を証明せよ。任意の $\epsilon > 0$ に対して、ある $N = N(\epsilon)$ が存在し、任意の $n \geq N$ に対して以下を満たす。大きさ $|S| \geq \epsilon n$ 以上の集合 $S \subseteq [n]$ は、長さ 3 の等差数列を持つ。

ヒント：それぞれ大きさ n の頂点集合 V_1, V_2, V_3 を作り、 V_1, V_2, V_3 の間の三角形が、 S 中の長さ 3 の等差数列に対応するように枝をはる。その後に Triangle removal lemma を適用する。